# PLAIDOYER POUR DES TRANSFORMATIONS QUI CHANGENT LES FORMES

par Gérard KUNTZ,
conseiller scientifique des IREM,
IREM de Strasbourg

Les différentes transformations ponctuelles qui sont proposées aux élèves tout au long du Collège et du Lycée possèdent des vertus rares (et précieuses) dans la grande famille des transformations ponctuelles : elles *conservent* les formes, les angles géométriques (parfois orientés), l'alignement, le parallélisme, l'orthogonalité, les barycentres, le contact… L'élève qui subit l'énumération, puis la démonstration répétitive de ces propriétés, finit par se dire qu'elles sont la règle. Cette erreur de perspective explique l'ennui, perceptible en Première et Terminale, face à des démonstrations de théorèmes considérés comme « évidents » par accumulation. Rien de tel pour réveiller l'intérêt, que de proposer aux élèves une transformation ponctuelle qui ne soit pas systématiquement conservatrice, par exemple l'inversion. Elle fut longtemps enseignée en Terminale, avant l'émergence de l'outil informatique, puis injustement oubliée. Elle peut être étudiée aujourd'hui, grâce à l'informatique, dès le Collège. On se contente, à ce niveau, d'observer, de décrire et d'établir quelques propriétés liées à sa définition. En Première, la démarche théorique peut partiellement expliquer et justifier certaines images informatiques étonnantes. En Terminale, l'inversion est un excellent sujet de travaux dirigés, en relation avec les nombres complexes par exemple[1].

1. Les élèves de Seconde (et même de Première Scientifique…) ont de la peine à entrer dans une démarche mathématique demandant plusieurs étapes et la construction de savoirs intermédiaires. L'informatique permet de MONTRER d'emblée les images d'une courbe et de sa transformée. Elle crée un choc visuel qui peut éveiller l'intérêt, puis l'attention pour l'indispensable et difficile étape d'interprétation et d'explication des images. C'est son mérite principal.

## ◆ DES ACTIVITÉS EN COLLÈGE

### • Un problème d'aire

On propose l'énoncé suivant :

On donne un carré OABC, dont la longueur du côté est R. On donne un point M sur la demi-droite [OA). Construire un point P sur la demi-droite [OB) de façon que le rectangle OMNP ait *même*

*aire* que celle du carré. Sur quelle ligne se déplace N quand M parcourt la demi-droite OA? Il est conseillé de construire la figure avec un logiciel de géométrie dynamique.

Dans l'article, nous utiliserons *Cabri* pour réaliser les figures.

On trace une « demi-droite » d'origine O que l'on fait « tourner » (rotation de centre O et d'angle 90°). On place A et M sur la première demi-droite, puis B, par la même rotation appliquée à A, sur la seconde demi-droite.

Les hypothèses se traduisent par la relation OM*OP = $R^2$. On peut l'interpréter de différentes manières.

**Dans le cadre numérique**, on écrit : $OP = \frac{R^2}{OM}$.

On fait alors afficher la longueur[2] R de [OA] et celle de [OM]. On introduit ces valeurs dans la calculatrice de Cabri pour évaluer la longueur de [ON] que l'on reporte (« report de mesure ») sur la demi-droite OC. On obtient ainsi le point P. Il suffit alors de construire N (« droite perpendiculaire » et « point sur deux objets »).

2. Commande « distance et longueur ».

En déplaçant M sur la demi-droite OA (« point sur objet »), N se déplace sur une « ligne » (on dira une courbe) qui passe par B (on demande la raison aux élèves). On peut matérialiser cette courbe avec la commande « trace ». Malgré sa complexité, je lui préfère la commande « lieu » qui génère un « objet Cabri » (contrairement à « trace » qui génère un dessin). Point n'est besoin d'entrer dans le détail de la notion de lieu : il suffit d'expliquer qu'il s'agit de dessiner (et de conserver) différentes positions de N quand « M varie ». Je propose de configurer les « préférences » du lieu en décochant « lier les points » et en choisissant 100 points pour le lieu. On obtient *le tracé point par point* du lieu en figure 1. (On évite ainsi de créer dans l'esprit des élèves les idées fausses *d'exhaustivité et de continuité* dans le tracé proposé par Cabri).

Le professeur pourra faire remarquer qu'à chaque point M distinct de O (à chaque longueur de [OM] distincte de 0) correspond un unique point N. On dira alors que *N est fonction de M.* Il en est de même pour P qui est aussi fonction de M.

Cette propriété se traduit ici par une formule $OP = \frac{R^2}{OM}$.

Autre notion intéressante, celle de « paramètre d'un problème ». Le carré OABC est certes donné. Mais rien n'empêche de « déplacer A », donc de choisir une autre valeur de R. Pour chaque choix de A, *Cabri* recalcule la figure et en particulier le « lieu » de N. C'est spectaculaire et très parlant !

On le voit, dans cet exercice simple se profilent des notions essentielles.

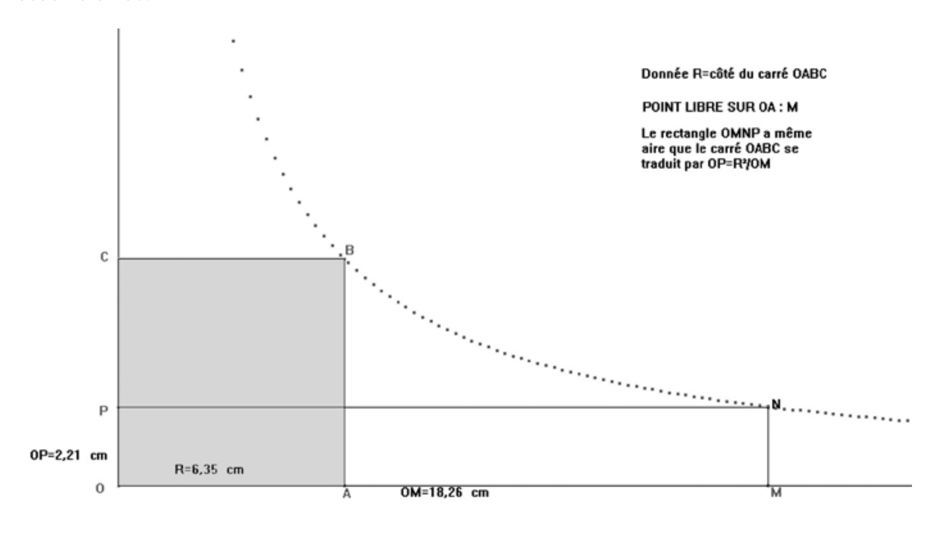



*Figure 1*

**Dans le cadre géométrique**, la relation $OM*OP = R^2$ est susceptible de multiples interprétations. Une première réécriture en $\frac{OP}{R} = \frac{R}{OM}$ nous conduit au registre « Thalès ». On peut l'écrire $\frac{OP}{OC} = \frac{OA}{OM}$, qui traduit le parallélisme des droites (CM) et (AP). La construction de P, puis de N en découlent (voir figure 2 : Thalès).

Dans cette interprétation, aucune *longueur* n'est directement utilisée : cette construction diffère profondément de la précédente.

On définit ici une fonction qui transforme M en P (ou M en N) qui n'est liée *à aucune formule.*

**Autre interprétation géométrique** suggérée par $OM*OP = R^2$, celle d'une hauteur d'un triangle rectangle, moyenne proportionnelle entre les segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse. La figure 3 en rend compte.

Une seconde interprétation de cette relation « dans le triangle rectangle », celle d'un côté de l'angle droit, moyenne proportionnelle entre les segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse, présente une difficulté technique. Elle suppose *deux constructions différentes* suivant que OM est supérieur ou inférieur à R. *Cabri* prend en charge de telles constructions *conditionnelles,* comme le

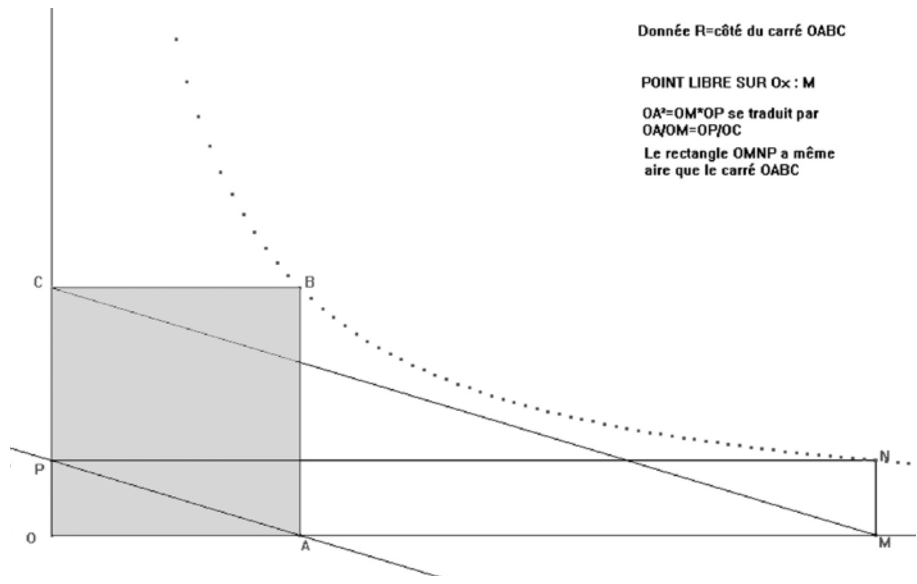



*Figure 2: Thalès*

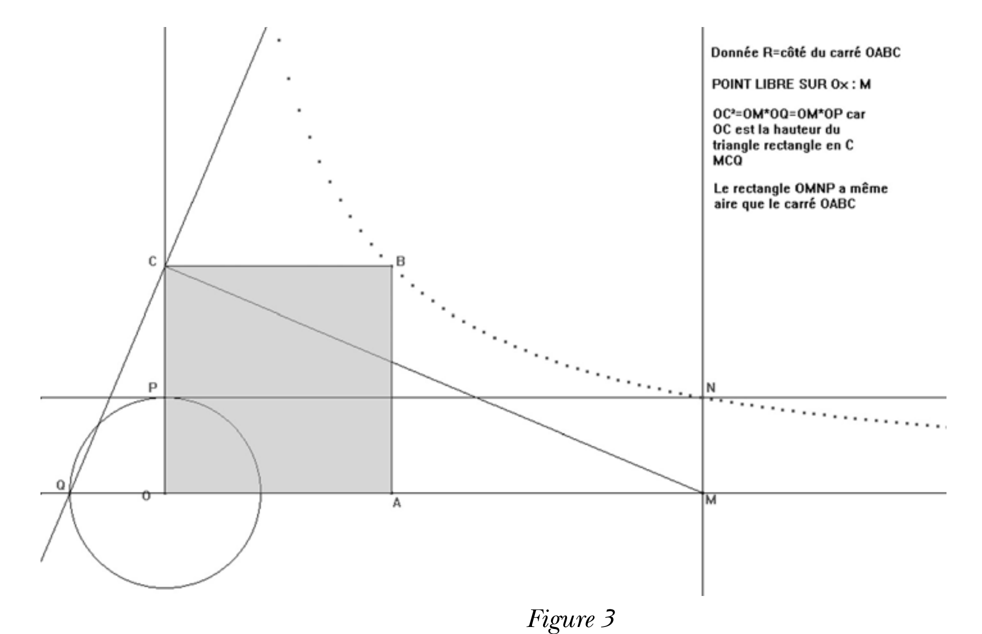



*Figure 3*

montrent les deux copies d'écran (*a* et *b*) *de la même figure dynamique* (figure 4: tr_rect1). Mais la construction du lieu se fait aussi en deux temps, à partir des deux situations[3]. On le voit, les différentes interprétations de la relation initiale n'ont pas le même coût !

3. Suivant la position de OM par rapport à R, *Cabri* construit la partie de lieu correspondant à cette situation.

On peut ainsi, à propos de cet exercice simple, mobiliser de nombreuses connaissances mathématiques et conduire les élèves à pratiquer nombre de changements de cadres et de registres. Nous allons maintenant utiliser ces acquis pour aborder une notion plus abstraite, celle de « transformation ».

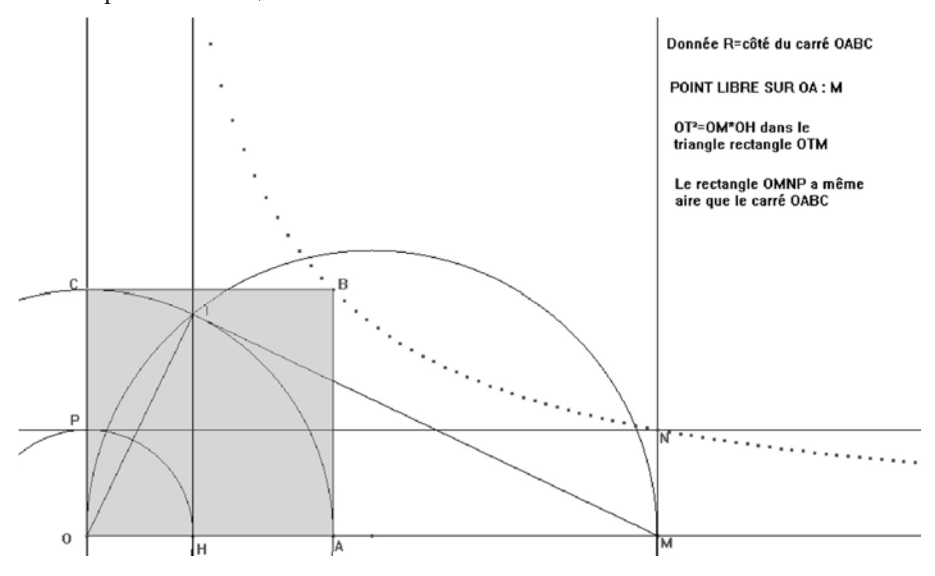



*Figure 4a*

Donnée R=côté du carré OABC

POINT LIBRE SUR OA : M

OT²=OM*OH dans le triangle rectangle OTH

Le rectangle OMNP a même aire que le carré OABC

P N C B T O M A H

*Figure 4b*

• **Une transformation ponctuelle qui sort de l'ordinaire…**

On peut proposer des prolongements à l'énoncé initial, en ces termes :

> On donne un point fixe O et une longueur R. À tout point M *distinct de O*, on associe le point M', situé sur la demi-droite [OM) (d'origine O) et vérifiant : $OM*OM' = R^2$.
> Pourquoi fait-on l'hypothèse $M \neq O$ ?
> Construisez M′ à partir de M.
> Observez le déplacement de M′ en fonction de M. Commentez.
> Cette transformation conserve-t-elle les distances ?
> Placez M sur une droite (D). Sur quelle ligne semble alors se déplacer M′ ? (on pourra utiliser la commande « lieu »). Déplacez (D).Décrivez.
> Placez M sur un cercle (C). Sur quelle ligne semble se déplacer M′ ? (on pourra utiliser la commande « lieu »). Déplacez (D). Décrivez.
> Placez M sur un triangle (T). Sur quelle ligne semble se déplacer M′ ? (on pourra utiliser la commande « lieu »). Déplacez (T). Décrivez.

On voit bien le rapport de cette partie avec le début de l'énoncé, où l'on construisait P (puis N) à partir de M. On peut remplacer les données de O et de R par celle du cercle (Γ) de centre O et de rayon R. On construit ensuite la demi-droite [OM) et celle qui s'en déduit par rotation de centre O et d'angle 90°. Nous sommes alors exactement dans la situation qui vient d'être traitée[4]. On a donc 4 manières distinctes de construire P, dont on déduit M′, intersection de [OM) et du cercle (O, OP).

4. Dans la première partie, les demi-droites étaient premières et M était sur une de ces demi-droites. Ici c'est M qui est la donnée initiale, dont on déduit les demi-droites. C'est essentiel si on veut que les futures macro-constructions puissent être validées.

On peut ensuite, pour chacune des constructions réalisées, définir la macro-construction associée. Dans ces quatre macros, les objets initiaux sont (Γ) et M. L'objet final[5] est le point M′. À chaque donnée d'un cercle et d'un point (distinct du centre du cercle) la macro associe un unique point M′ situé sur [OM) et vérifiant $OM*OM' = R^2$. On retrouve un processus fonctionnel, déjà signalé plus haut, mais largement complexifié. À tout couple (Cercle, point) cette « fonction » associe un unique point M′. En général, on fixe le cercle (Γ) (son centre O et son rayon R) et on définit ainsi la « fonction » $I_\Gamma$ qui associe à tout $M \neq O$ l'unique point M′ : $I_\Gamma : M \rightarrow M'$.

$I_\Gamma$ est appelée **inversion de cercle** (Γ). (Γ) joue le rôle de « paramètre » de *I*.

5. Attention : Inv_tr_rect1 a *deux objets finaux*, correspondant chacun à un des deux cas de figure.

Les macros réalisées sont successivement enregistrées (sous les noms Inv_num, Inv-Thalès, Inv_tr_rect, Inv_tr_rect1 : ce sont des fichiers.mac). Elles sont alors utilisables à tout moment d'une activité géométrique avec *Cabri.*

À partir de là, on peut traiter la suite du problème. On ouvre les quatre macros (commande « fichier » puis « ouvrir » et désigner successivement chaque macros). Elles sont ajoutées au menu « macro » et utilisables à la demande.

On construit Γ(O, R) et le point M.

Dans le menu « macros », on clique sur Inv_Thalès (par exemple), puis on désigne les objets initiaux, cercle Γ (cliquer) et point M (cliquer) : à partir de ces « objets initiaux, *Cabri* construit M′, inverse de M. On peut alors nommer ces deux points, puis déplacer M et observer M′.

On remarque que quand M s'approche de O, M′ s'en éloigne (jusqu'où ?) ; quand M s'éloigne de O, M′ s'en approche (jusqu'à quel point ?). Quand M est sur Γ, M′ est confondu avec M. Les élèves expliqueront ces observations.

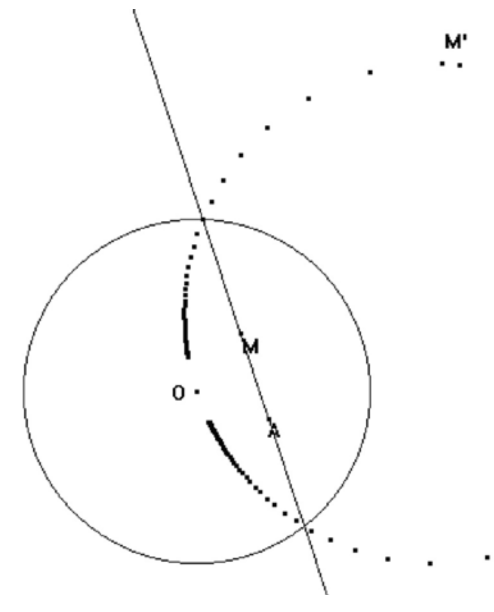
On pourra faire d'intéressantes observations à propos de fractions dont le numérateur est fixé et dont le dénominateur est de plus en plus voisin de 0 (ou de plus en plus grand) : c'est une première approche de la notion de limite. On distinguera bien sûr le plan mathématique (infini) et l'écran graphique, avec son nombre fini de pixels. On peut comprendre ainsi pourquoi à l'écran, M′ peut se trouver en O (prendre R petit et M loin de O).

On construit ensuite une nouvelle figure, (Γ) et une droite (D). On place M sur (D) (point sur objet). On construit l'image M' de M par l'inversion (au moyen d'une des quatre macros au choix). On déplace M sur (D) et on observe M′. On matérialise la ligne où se déplace M′ en construisant *le lieu de M′* quand M varie sur (D) (commande « lieu », cliquer sur M′, puis sur M. On obtient la figure suivante (Inv_droite.fig), sur laquelle on peut agir de différentes manières : on déplace (D) parallèlement à elle-même (saisir A) ou en la basculant autour de A. On peut aussi déplacer (Γ) ou modifier son rayon. Le « lieu » est recalculé instantanément. Ces images dynamiques sont fort complexes et doivent être longuement fixées, étudiées et commentées. On regardera en particulier ce qui se passe quand (D) s'approche de O.

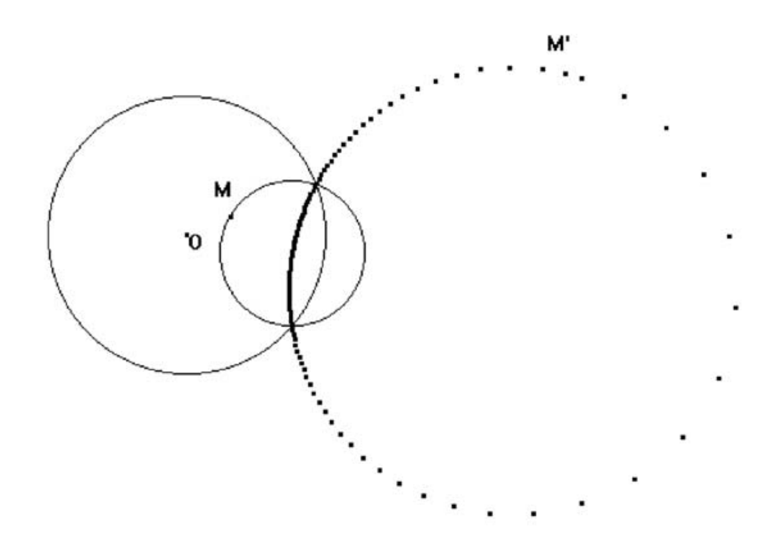
Même travail quand M se déplace sur un cercle. La figure Inv_cercle.fig en témoigne. Elle permet les mêmes expériences qui appellent de nombreux commentaires.

Si on définit *un objet « triangle »* ABC, on peut choisir M « sur cet objet ». Si on transforme M en M′ par une des macros, il reste à définir le « lieu » de M′ quand M parcourt le triangle ABC

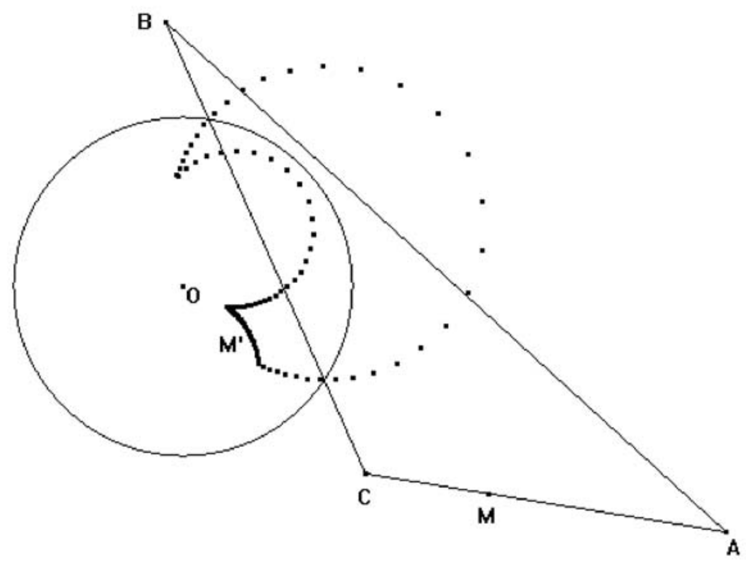
(Inv_triangle.fig). Les modifications du triangle conduisent à d'intéressantes modifications de l'image. On peut généraliser en remplaçant l'objet « triangle » par un objet « polygone ».




*Inv_droite.fig*




*Inv_cercle.fig*




*Inv-triangle.fig*

Les élèves qui sont arrivés jusqu'ici ont fait des mathématiques intéressantes et variées, qui sont indispensables pour créer ces images. Ils ont au passage, pris contact avec plusieurs notions appelées à un bel avenir au lycée (*paramètre* et diverses formes de *fonction*). Il leur reste à formuler leurs conjectures (c'est loin d'être simple) et à démontrer que cette transformation ne conserve pas les distances (ce qui est tout à fait à leur portée…).

Il reste à prolonger ces découvertes au lycée, en passant dans le cadre algébrique.

## ◆ APPROCHE ALGÉBRIQUE ET PROLONGEMENTS DE CETTE ACTIVITÉ EN LYCÉE.

On peut aussi traiter l'activité qui précède dans le cadre algébrique, à l'aide du traceur de courbes *Graph'x*. Celui-ci possède une qualité essentielle et à ma connaissance unique parmi les traceurs: il permet de transformer une courbe $\mathcal{C}_i$[6] définie pas son équation, en une courbe $\mathcal{C}_{i+1}$ *par simple introduction des formules mathématiques de la transformation.* Si I transforme $M(x,y)$ en $M'(x',y')$ tel que $x' = f(x, y)$ ; $y' = g(x,y)$, il suffit d'écrire l'équation paramétrique de $\mathcal{C}_{i+1}$ sous *Graph'x*:
$x(t) = f(x_i, y_i)$ ; $y(t) = g(x_i, y_i)$.

6. Graph'x numérote les courbes.

Le logiciel interprète $x_i$ et $y_i$ comme coordonnées du point courant de la courbe $i$ ($\mathscr{C}_i$) et trace alors point par point la courbe $i+1$, ($\mathscr{C}_{i+1}$), image de $\mathscr{C}_i$ par I (le tracé point par point doit être demandé au logiciel[7] : c'est pédagogiquement très important, comme nous l'avons déjà signalé plus haut. Il faut encore préciser que la courbe initiale peut être introduite en machine indifféremment sous forme cartésienne, paramétrique ou polaire. Ces qualités sont suffisamment importantes[8] pour que nous continuions à utiliser ce logiciel malgré son côté un peu… « archaïque » sur le plan technique. On peut, grâce à ces propriétés, tracer *les inverses des courbes données par une équation*, pourvu qu'on connaisse les formules caractérisant l'inversion. C'est l'idée du problème que voici :

7. On l'obtient en fixant à 7 le paramètre de « Trait » (*cf.* plus loin).

8. Il a été écrit par un professeur de mathématiques, Paul Moutte et ça se voit !.

**Une transformation originale : l'inversion**

O est un point fixe *donné* du plan, $R^2$ est un réel *donné* non nul, $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé. $I(O, R^2)$ est la fonction du plan dans lui-même, définie ainsi :

Au point M du plan, $I(O, R^2)$ associe le point M′ tel que :

a) O, M, M′ soient alignés.

b) $\overline{OM} * \overline{OM'} = R^2$

1) Montrez que la condition b) est équivalente à $\overrightarrow{OM} * \overrightarrow{OM'} = R^2$

2) Quel est l'ensemble de définition de $I(O, R^2)$ ? Y a-t-il des points invariants ? Précisez-les.

3) Pour toute la suite, on prendra $R^2 = 2$.

a) À partir de la définition de I(O, 2), comment évolue M′ quand M s'approche de O ? Quand M tend vers O ? Quand M s'éloigne de O ? Où se trouve M′ quand M est très loin de O ?

b) Soient $(x, y)$ les coordonnées de M, $(x', y')$ celles de M′. Calculez $x'$ et $y'$ en fonction de $x$ et $y$.

4) Sous *Graph'x*, tracez une droite D ne passant pas par O. Tracez l'image de D par I(O, 2). Conjecture ? Que se passerait-il si D contenait O ?

5) Tracez un cercle ne contenant pas O. Quelle est son image par I(O,2) ?

6) Tracez un cercle passant par O. Quelle est son image par I(O,2) ?

7) Quelle est l'image de la parabole d'équation $y = x^2 - 0{,}5$

8) Appliquez I(O,2) à des courbes qui vous paraissent intéressantes dans ce contexte (expliquez pourquoi).

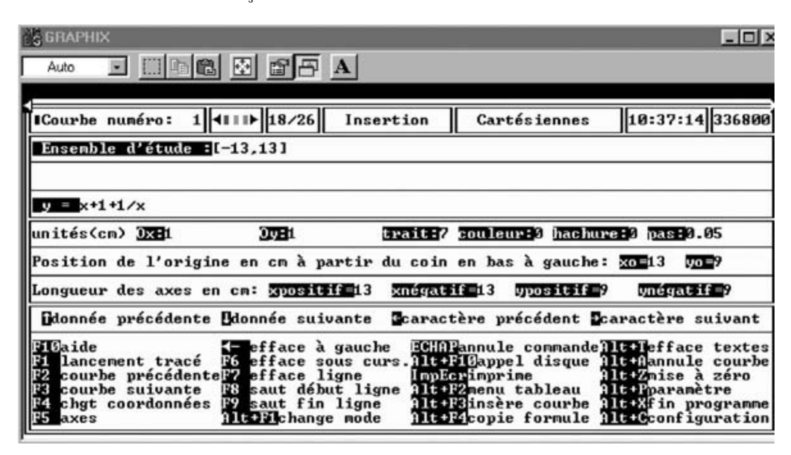
Les six premières questions du problème reprennent dans le cadre algébrique l'activité traitée plus haut sous *Cabri*. Cette approche a ses difficultés propres. Ici, on ne déplace pas les courbes à la souris, mais en agissant sur leurs équations… Ce n'est pas triste !

• **INVERSION, ASYMPTOTES ET TANGENTES.**

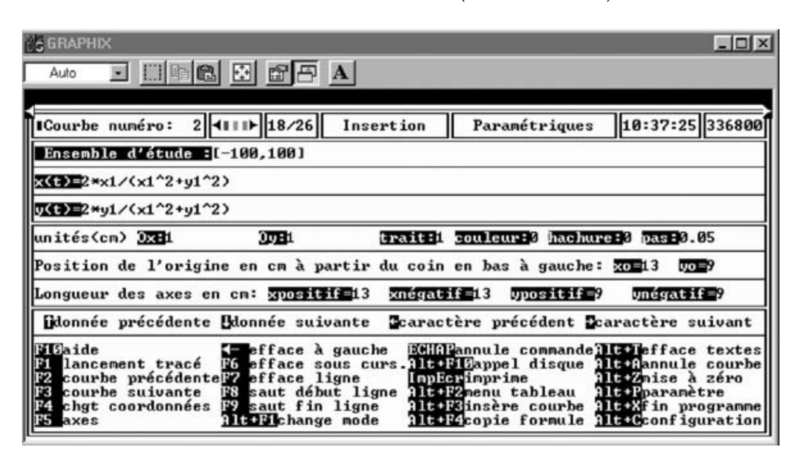
Les questions 7 et 8 ouvrent sur des prolongements qui méritent attention. Comment sont transformées par inversion les branches infinies des courbes? En Première S, on peut aller au-delà des conjectures, pourvu qu'on ait compris la notion de dérivée et son versant géométrique, la tangente.

Traitons en détail l'exemple suivant:

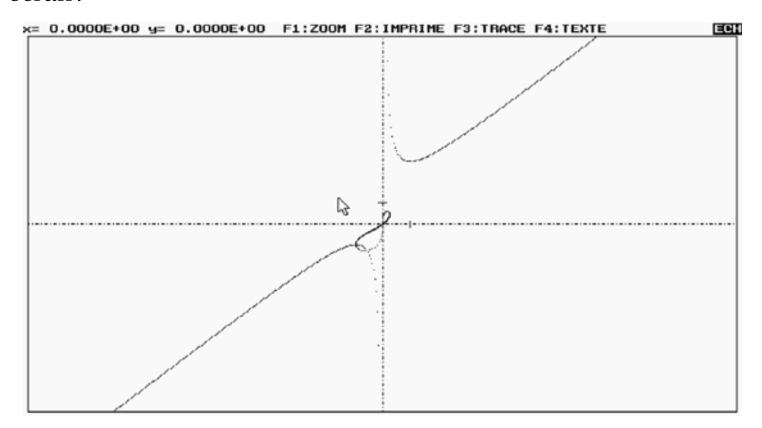
On veut transformer par inversion de centre 0 et de rapport 2 l'hyperbole d'équation $y = x + 1 + \frac{1}{x}$. Sous *Graph'x* on définit une courbe n° 1 de la façon suivante:



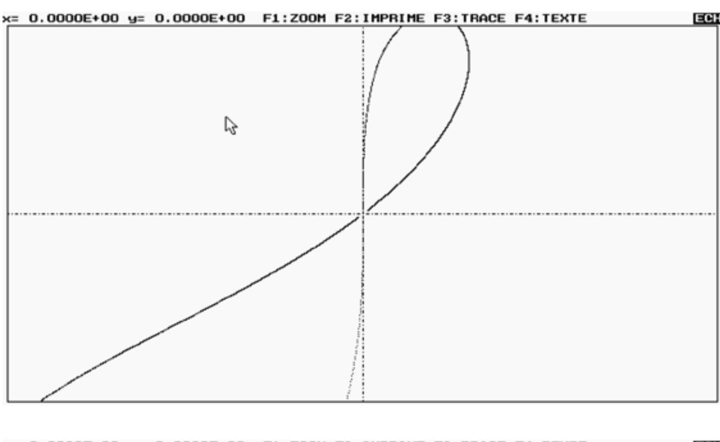

Puis on définit la courbe suivante (courbe n° 2) comme suit:

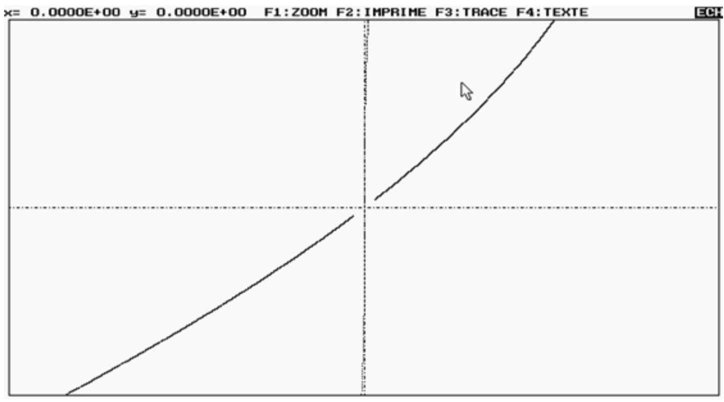


En lançant le tracé, on obtient les deux courbes sur le même écran :




La commande « Zoom », appliquée *répétitivement* à un rectangle centré à l'origine donne les tracés suivants :



On n'est guère surpris que la courbe transformée entre dans un rectangle contenant l'origine : les points les plus proches de O de la courbe initiale, sont transformés en les points les plus éloignés de O de la courbe image. Les points» très éloignés de O » sont transformés en des points « très proches de O ». Les zooms successifs autour de O font apparaître des « trous » que l'on peut « rétrécir sans jamais les combler », en agissant sur les ensembles de définition. Mais ils laissent aussi entrevoir que la courbe transformée, *complétée par le point O, possède en O deux tangentes parallèles aux asymptotes de la courbe initiale.* Il n'est pas bien difficile de le prouver.

Prenons par exemple un point M de l'hyperbole, dont l'abscisse tende vers plus l'infini. L'étude de la limite à l'infini de $\frac{f(x)}{x}$ montre[9] que (OM) tend vers une position limite, parallèle à l'asymptote ($y = x + 1$). Un raisonnement géométrique simple conduit aux mêmes conclusions.

9. $\frac{f(x)}{x}$ est la tangente trigonométrique de l'angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$.

Dans ces conditions, OM′ tend vers 0. M′ tend donc vers O sur la courbe inverse. La droite (OM′), qui est *la même* que (OM), admet la même position limite. La courbe inverse de l'hyperbole, complétée par O, admet donc en O une tangente d'équation $y = x$.

Un raisonnement analogue montre qu'elle admet en O la droite (O*y*) comme tangente.

Pour la parabole d'équation $y = x^2 - 0,5$, on montre que l'inverse complétée par O admet (à deux titres[10]) (Oy) comme tangente en O (la position limite de (OM) est mise en évidence par la limite à l'infini de $\frac{x^2 - 0,5}{x}$). Il en est de même de l'inverse de toute courbe ayant des branches paraboliques de direction (Oy).

10. Point de rebroussement.

Il est intéressant de considérer de ce point de vue le « curieux insecte » obtenu en inversant la courbe d'équation :

$y = 0,3 + \frac{1}{2\cos(x)}$.

On peut rompre la symétrie de la courbe inverse en remplaçant $\cos(x)$ par $\cos(x - 1)$ par exemple.

On peut aussi s'interroger sur la réciproque de la propriété mise en évidence : soit une courbe passant par O et ayant en O une tangente parallèle à une droite (D). Comment se traduit cette propriété sur la transformée de cette courbe privée de O ?

### • Une transformation involutive[11]

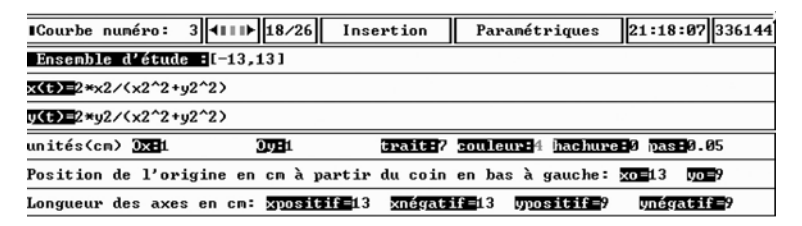
11. Transformation dont le carré égale l'identité.

Enfin, conséquence de la facilité de transformer une courbe sous *Graph'x*, il n'est pas très compliqué de mettre en évidence *le caractère involutif* de l'inversion. Il suffit de proposer la question suivante :

> « Pour chaque courbe transformée par l'inversion, on cherche à transformer la courbe image (courbe n° 2) par la même inversion. Comment réaliser ce projet sous *Graph'x* ? Que découvre-t-on ? Expliquez le phénomène observé. Pour distinguer la courbe initiale (n° 1) de la courbe finale (n° 3), on peut ne pas tracer la courbe n° 2 (Trait#) et mettre la courbe n° 3 dans une couleur distincte de la courbe n° 1. »

Voici ci-dessous l'écran correspondant à la courbe 3 qu'il convient d'ajouter pour obtenir, dans chaque cas, le résultat demandé (la courbe, l'inverse et l'inverse de l'inverse…).

Ce qu'on observe, la probable superposition des courbes 1 et 3 s'explique par le fait que l'inversion échange M et M′ : $OM*OM' = R^2$. $I_\Gamma$ : M→M′. $I_\Gamma$ : M′→M.




### • Des usages performants de *Graph'x* en Collège ?

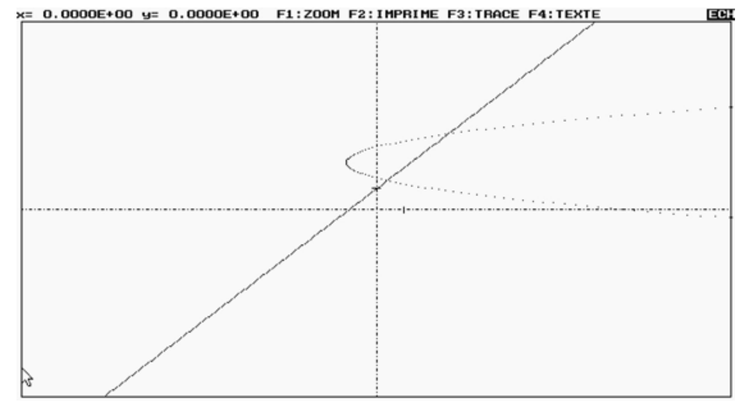
Il serait erroné de croire que *Graph'x* n'a d'applications qu'en Lycée. On peut poursuivre en Collège l'exploration des « transformations qui changent les formes » dès qu'on a la notion de coordonnées d'un point dans un repère.

On peut alors proposer *une activité « papier »* dont les règles sont les suivantes : à tout $M(x, y)$ on associe $M'(x', y')$, $x'$ et $y'$ étant calculés à partir de $x$ et de $y$ (par exemple : $x' = 2x + 3y$ ; $y' = -x + y$). On peut calculer « à la main » $x'$ et $y'$ pour plusieurs points et mettre en place M′. On peut regarder ce que deviennent les images de points alignés, les images de trois points formant un triangle etc. De nombreuses notions et propriétés sont accessibles à ces démarches simples et expérimentales, hors environnement informatique.

Quand la démarche est bien comprise, on peut l'automatiser par *Graph'x*, comme nous l'avons fait précédemment. Rien n'em-

pêche de donner aux élèves l' équation de courbes simples (on part évidemment des droites) et de jouer sur les transformations. On peut aussi leur demander « d'inventer des formules » qui donnent des images intéressantes… L'activité crée des images mentales fort importantes pour la suite. En voici un exemple (image de la droite d'équation $y = x + 1$) :




## ◆ CONCLUSION

L'élève de collège ou de lycée qui a participé aux activités décrites dans cet article, a un regard neuf sur les transformations. Il a compris que celles qui « conservent » sont loin d'être la généralité. Il sait maintenant en « fabriquer » de nombreuses, qui transforment une droite en courbe complexe.

Il a pratiqué de nombreux « changements de cadres et de registres », dont on connaît le caractère formateur. Il a rencontré au passage une transformation géométrique, l'inversion, qui

joue un rôle essentiel en cartographie (projection stéréographique), en électronique et en mécanique des fluides, sans parler de la géométrie.

Enfin, il a fait les indispensables allers-retours entre les environnements « papier-crayon » et informatique, qui permettent, au prix d'un travail soutenu, de transformer des conjectures (nées de l'observation patiente des figures informatiques) en propriétés démontrées (l'informatique n'est d'aucune utilité dans cette étape).

Gérard KUNTZ
*conseiller scientifique des IREM,*
*IREM de Strasbourg*

# ANNEXES

## ◆ MISE EN PLACE DE *GRAPH'X*

L'auteur de l'article peut envoyer sur demande (gkuntz@sesa math.net) l'ensemble des fichiers évoqués dans l'article (dans un unique fichier .zip).

Voici le mode d'emploi de ce fichier zippé.

Procéder à l'extraction des fichiers.

Une fois les extractions effectuées, on trouve un fichier **traceur.exe** et les fichiers de l'article (suffixe .grx) dans le répertoire *Graph'x*.
Un double clic sur **traceur.exe** génère les fichiers indispensables. Aux différentes questions posées à cette étape, répondre 'y' et valider ('y' pour 'yes' !).

Le fichier programme est *GRAPH'X*. On pourra mettre un raccourci sur le bureau. Le répertoire «exemples» contient de très nombreux exemples des possibilités du logiciel. Le fichier Demo est un fichier de démonstration.

Par les touches «Alt» + F10, on accède au disque. On choisit un fichier (suffixe .grx) puis on le «lit».

La touche F1 lance le tracé. La touche «Echap» interrompt le tracé et permet de modifier paramètres et équations des courbes.

Un bandeau (en bas de l'écran) précise différentes commandes. Une aide sommaire est obtenue par la touche F10.

## ◆ MISE EN ŒUVRE DE CES ACTIVITÉS AVEC DES ÉLÈVES

L'activité proposée en Collège entre dans le cadre des travaux de synthèse (au troisième trimestre par exemple) avec utilisation de l'outil informatique.

Tout problème suppose d'abord un travail en environnement papier/crayon/tableau, pour le comprendre, le traduire par des relations, envisager la construction de figures dynamiques (Quelles figures ? Comment les construire).

Vient ensuite le travail avec *Cabri*: le problème peut être le moyen de découvrir et d'utiliser différentes commandes du logiciel. Cette étape recèle de nombreux pièges : une figure *Cabri* est un ensemble de liens logiques. Bien des élèves se contentent d'une figure approximative qui ne résiste pas aux déplacements de ses éléments…

L'interprétation des figures, la mise en évidence des invariants constitue une étape capitale du travail. Elle donne lieu en fin de parcours à un compte-rendu écrit (qu'avons-nous fait ? Qu'avons-nous constaté ? Quelle interprétation proposons-nous ? Comment le démontrer ?).

L'ensemble de l'activité « Collège » peut s'étaler sur tout un trimestre. Ainsi les élèves apprendront à gérer une activité de « longue durée » et à réinvestir dans un problème de nombreuses connaissances éparses… Le travail en groupe est un attrait supplémentaire.

Ces activités proposées en Collège peuvent constituer (dans le même contexte) d'utiles révisions en Seconde. La seconde partie de l'activité (avec *Graph'x*) peut se traiter dans le même cadre (et le même esprit) en Première et Terminale.